

文章编号: 1000-7598 (2014) 增 1-156-09

均质边坡稳定性极限曲线法

方宏伟¹, 李长洪², 李 波¹

(1. 辽宁交通高等专科学校 道桥系, 沈阳 110122; 2. 北京科技大学 土木与环境工程学院, 北京 100083)

摘 要: 基于滑移线场理论, 按边坡坡面变形量评价其稳定性, 提出均质边坡极限曲线法。该法是求有重边坡极限荷载的逆过程, 也是强度折减法的对偶过程。以特征线法差分方程组 (SCM) 和试验方程近似公式 (CCM) 求得的极限坡面曲线与坡面线相交为变形破坏准则, 定义了安全度 (DOS) 和破坏度 (DOF) 2 个评价指标。该方法不必假设和搜索临界滑动面。经典考题和典型算例的验算表明, 随着节点的增加 SCM 法计算精度增加, 边界步长不变时, 3 次样条插值求得的变形破坏准则判断值不变, 说明 SCM 算法稳定。典型算例的计算数据和图例表明, 边坡角变大时边坡稳定性降低, 极限坡面曲线与坡面由无交点变为有交点, 证明了变形破坏准则的正确性。由 2 个例题计算结果对比可知, 安全系数较大时, SCM 法、CCM 法计算结果与其具有可比性, 相对于原边界条件增加了外荷载; 安全系数变小时, SCM 法、CCM 法偏于保守。34 个样本计算正确率为安全系数法 67.7%, 应力状态法 73.5%, CCM 法 79.4%, SCM 法 70.6%, 表明 SCM 法和 CCM 法正确率较高, 计算结果可靠, SCM 法、CCM 法因素敏感性分析结论与安全系数法完全一致。在露天矿边坡稳定性和最终边坡角的分析与计算中, SCM 法、CCM 法结论与原报告相同, 当参数变小时 CCM 法更有利于实践, 具有一定的工程应用价值。

关 键 词: 极限曲线法; 变形破坏准则; 安全度; 破坏度

中图分类号: O 241.2

文献标识码: A

Limit curve method of homogeneous slope stability

FANG Hong-wei¹, LI Chang-hong², LI Bo¹

(1. Department of Road and Bridge, Liaoning College of Communication, Shenyang 110122, China;

2. School of Civil and Environmental Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China)

Abstract: Based on the theory of slip line field, this paper proposes a limit curve method of slope stability according to the deformation situation; the method is the inverse process for computing a heavy slope ultimate load and the dual process of strength reduction method. Defines two evaluation indexes: the degree of safety(DOS) and the degree of failure(DOF) according to the deformation failure criterion of the limit stable slope curve and the slope surface intersection computed by characteristic line difference method(SCM) and the slope limit experimental approximate formula(CCM). The method does not require assuming and searching critical slip surface. Classic examples and typical examples show that with the increase of nodes, the accuracy of SCM increases; when boundary step is constant, the judgment value obtained by three spline interpolation are unchanged, which proves the stability of SCM. Typical examples show that the larger the slope angle becomes, the lower the slope stability is; limit slope curve and slope is from without intersection to intersection, which proves that the correctness of the deformation failure criterion. Comparing the results from the two examples show that the safety factor is large and SCM, CCM results are comparable; this paper increases external load relative to the original boundary conditions; so the safety factor becomes smaller; SCM, CCM is conservative. To calculate the correct rate, this paper uses 34 samples: safety factor method is 67.7%, the stress state method is 73.5%, CCM is 79.4% and SCM is 70.6%, which indicates that SCM, CCM correct rate is higher. The conclusions of SCM, CCM factor sensitivity analysis and safety coefficient method are completely consistent. By analyzing and computing the slope stability and the ultimate slope angle of open pit mining, the report about SCM, CCM is the same as the original; when the parameter variable is smaller, CCM is more conducive to practice, which indicates that the method has a certain value in engineering applications.

Key words: limit curve method; deformation failure criterion; degree of safety; degree of failure

1 引 言

边坡稳定性分析主要是条分法和有限元法, 包

括计算安全系数和搜索临界滑裂面两方面^[1]。条分法局限性是需假定滑裂面的位置^[2], 有限元法分为滑裂面应力分析法和强度折减法两类, 前者为有限

收稿日期: 2013-07-06

第一作者简介: 方宏伟, 男, 1980 年生, 博士, 讲师, 从事岩土工程的教学与研究工作。E-mail: fanghongwei911@126.com

元与极限平衡理论的结合, 仍需假定和搜索临界滑裂面, 后者克服了前者的不足, 但对边坡临界破坏的失效判据学术界尚无统一的意见^[3], 而且不同程序计算的结果也不一致, 因此有限元法还不能够替代极限平衡法^[4]。为解决上述问题, 学者们一方面努力寻找准确可靠的搜索方法^[5], 另一方面不断提出新观点, 例如, 朱大勇等^[6]认为直接求解最小安全系数是解决问题的突破口, 并提出了边坡临界滑动场法。以上都是从力的角度进行研究的, 陈震^[7]认为可按边坡变形发展过程定量估定稳定性, 提出可用破坏坡度与实际坡度之比作为安全系数, 并指出联系变形发展情况还可能还有其他表达形式。

滑移线法在边坡中的应用主要是计算无重边坡极限荷载^[8], 近年来已有学者认为滑移线具有更重要的意义, 并且提出与有限元法结合确定滑裂面^[9], 张天宝等^[10]认为该理论对土石坝合理边坡形状设计具有启发意义, 并与高广岩等^[11]通过有限元论证堆石坝合理边坡形状是凹形曲面的结论相一致。基于以上研究, 以边坡变形量评价其稳定性为出发点, 本文提出应用滑移线场理论计算得到的极限坡面曲线分析边坡稳定性的新方法, 称极限曲线法。计算极限坡面曲线有 2 种方法即 Sokolovskii^[7]研究得出的特征线法差分方程组和 Cehkob 根据试验得到的极限稳定边坡曲线方程近似公式^[10], 限于篇幅, 本文不列出相关公式。对应的极限曲线法也分为称 S 曲线法 (S curve method, SCM) 和称 C 曲线法 (C curve method, CCM), 采用 Matlab 编程计算, 笔者可提供源程序。通过经典考题与典型算例及 34 个边坡样本^[2]的验算考察方法合理性和结果可靠性, 进行因素敏感性分析, 并应用于露天矿边坡稳定性和最终边坡角的分析与确定。

2 极限曲线法简介

2.1 基本概念与公式

滑移线法已计算得到了无重度边坡极限荷载, 对于有重度边坡则要求坡面为凹形曲面才能求得解析解^[8], 本文采用该计算逆过程。对于有重度边坡, 在极限荷载作用下坡面形状应为凹形曲面, 二维坐标下为凹形曲线, 需要说明的是, 即使边坡所受荷载不是极限荷载也可以求得极限坡面曲线, 这条曲线是将现有荷载定义为极限荷载后边坡极限平衡状态下的坡面形状。将地基线以上边坡体放入第一象限, 以坡脚为坐标原点, 设坡高为 H , $F_1(x)$ 为极限坡面曲线拟合二次函数, 当 $F_1(x)$ 与正 x 轴的交点 $x_{11} > 0$ 时, 将坡面线与极限坡面曲线之间的面积 S_1 和

坡面线与正 x 轴所成面积 S_2 之比定义为安全度 (degree of safety, DOS), 见图 1。设坡脚到坡顶横坐标 x_{22} , $S_2 = x_{22} H/2$, 极限坡面曲线与正 x 轴所成面积 $S_3 = \int_{x_{11}}^{x_{22}} F_1(x) dx$, 则 $S_1 = S_2 - S_3$, $DOS = S_1/S_2$, DOS 越大稳定性越好, 值域为 $(0, 1)$, 以极限坡面曲线与坡面线相交为变形破坏准则, 其交点横坐标 x_1 与 x_{22} 之比的负值定义为破坏度 DOF , 见图 2。此时, $x_{11} < 0$, $DOF = -x_1/x_{22}$, DOF 越小, 稳定性越差, 值域为 $(-1, 0)$ 。由以上分析可知, x_{11} 为变形破坏准则判断值。

强度折减法构筑一个与真实边坡相同轮廓的“虚拟”边坡, 强度指标缩减, 缩减的系数即安全系数。极限曲线法正好是这个方法的对偶过程, 即强度指标不变, 但坡面缩减变形, 按其变形量评价稳定性, 因此不必假设和搜索临界滑动面。

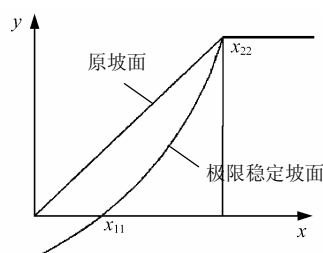


图 1 DOS 计算示意图

Fig.1 Calculation sketch of DOS

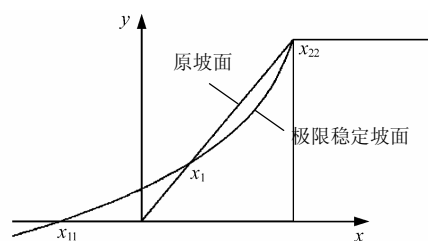


图 2 DOF 计算示意图

Fig.2 Calculation sketch of DOF

2.2 算法函数与流程

极限曲线法函数:

$$\left. \begin{aligned} F_1(x) &= f_1(\gamma, c, \varphi, \alpha, H, N_1, N_2, \Delta x) \\ DOS/DOF &= f_2(F_1(x), F_0(x)) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: γ 为重度 (kN/m^3); c 为黏聚力 (kPa); φ 为内摩擦角 ($^\circ$); α 为坡度 ($^\circ$); N_1 为主动区边界步长数; N_2 为过渡区边界步长数; Δx 为 SCM (S 曲线法) 主动区边界步长 (m), CCM (C 曲线法) 时将 Δx 改为 $\Delta y = H/N_1$, 其中 N_1 为 H 剖分数, 无 N_2 ; f_1 为 SCM/CCM, $F_0(x)$ 为边坡坡面函数 (本文为过原点

的一次函数); f_2 为章节 2.1 求 DOS 、 DOF 的方法。

采用准确率最高的 3 次样条差值^[12]计算 x_{11} , 该法可以回避插值问题的 Runge 现象, 又是连续光滑的。为保证 $F_1(x)$ 与 x 轴有交点, 要求 $F_1(x)$ 纵坐标最小值 $y_{\min} < -1$ 。对 SCM 法, 从理论上讲, 应 $x_{11} > 0$ 时, $x_1 < 0$; $x_{11} < 0$ 时, $x_1 > 0$, 但由于 $F_1(x)$ 随着取点变化而发生多项式摆动^[13], 会产生 $x_{11} < 0$ 时 $x_1 < 0$ 的情况, 此时 $DOS/DOF=0$, 当坡面无荷载时, 满足计算条件的坡顶最小荷载^[7] $P_{\min} = c \cot \varphi \cdot (1 + \sin \varphi) / (1 - \sin \varphi)$, 此时无过渡区, 则 $N_2=0$, 而 CCM 法不存在上述 2 个问题, 计算流程见图 3。

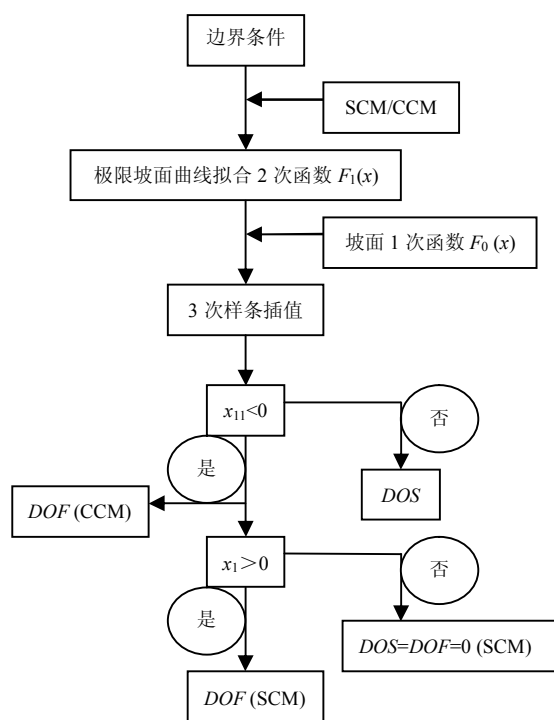


图 3 算法流程图

Fig.3 Algorithm flow chart

3 考题和算例验算与样本分析

王国体^[2]建立了边坡稳定性应力状态法, 引用了其他文献的大量例题, 为便于比较, 本文例题皆取之于该文献, 不同之处是用陈祖煜^[1]的经典考题 b 代替 c。

3.1 经典考题与典型算例的验算

考题 a 的参数为 $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$, $c = 3 \text{ kPa}$, $\varphi = 19.6^\circ$, $\alpha = 27^\circ$, $H = 10 \text{ m}$ 。考题 b 的参数为 $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$, $c = 32 \text{ kPa}$, $\varphi = 10^\circ$, $\alpha = 27^\circ$, $H = 10 \text{ m}$ 。检验有限元强度折减法的典型算例参数为 $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$, $c = 42 \text{ kPa}$, $\varphi = 17^\circ$, α 为变化范围为 $[30^\circ, 50^\circ]$, 均分 5 个区间计算, $H = 20 \text{ m}$ 。

由于 SCM 法采用特征线差分法, 而拟线性双

曲型微分方程组没有惟一解^[14], 相应的数值方法也具有类似的特点, 即 SCM 计算的 DOS 、 DOF 会随着边界条件不同而发生变化。为考察该法稳定性, 采用不同的 Δx 和 N_1 及节点数 k 计算分析, 结果见表 1、2。随着 Δx 的减小和 N_1 与 k 的增加, 计算精度随之增加, 计算结果表明 SCM 法稳定。计算范围影响分析见表 3、4。当 Δx 不变, N_1 增加时 k 变多, 对函数拟合有影响, DOS 、 DOF 会发生变化, 但 x_{11} 不变, 说明解的变化完全是由于拟合振荡产生的, 对边坡稳定性的判断不会产生影响。由于计算机性能的限制, N_1 不可能取得很大, 本文计算 $N_1 \leq 999$ 。CCM 法没有稳定性问题。

表 1 经典考题 SCM 法稳定性分析

Table 1 Stability analysis of SCM

例题	$\Delta x/\text{m}$	N_1	k	$y_{\min}/\text{m}$	x_{11}/m	DOS	ΔDOS
例题 a	1.000	8	81	-2.330 2	14.563 0	0.834 3	0.145 9
	0.500	15	256	-3.781 5	11.298 7	0.688 4	0.302 8
	0.100	45	2 116	-1.020 0	5.096 7	0.385 6	0.094 7
	0.050	80	6 561	-1.245 9	3.264 9	0.290 9	0.024 8
	0.040	100	10 201	-1.996 1	2.780 1	0.266 1	0.037 3
	0.030	150	22 801	-6.178 0	2.226 5	0.228 8	0.027 5
	0.020	200	40 401	-4.476 3	1.574 5	0.201 3	0.035 5
	0.010	350	123 201	-2.834 5	0.766 1	0.165 8	0.006 2
	0.009	400	160 801	-3.848 5	0.672 4	0.159 6	0.002 1
	0.008	420	177 241	-2.215 9	0.575 7	0.157 5	0.004 8
考题 b	0.007	480	231 361	-2.442 8	0.475 7	0.152 7	0.004 6
	0.006	550	303 601	-2.212 7	0.372 0	0.148 1	0.004 9
	0.005	650	423 801	-2.062 6	0.264 3	0.143 2	
	1.000	15	256	-4.795 0	14.080 6	0.811 4	0.061 6
	0.500	25	676	-2.567 4	11.299 6	0.749 8	0.102 1
	0.100	110	12 321	-1.281 9	8.512 1	0.647 7	0.018 4
	0.050	220	48 841	-1.301 6	8.123 0	0.629 3	0.004 7
	0.040	280	78 961	-1.495 4	8.043 7	0.624 6	0.004 9
	0.030	380	145 161	-1.690 6	7.964 0	0.619 7	0.001 9
	0.020	550	303 601	-1.314 7	7.883 8	0.617 8	

表 2 典型算例 SCM 法稳定性分析(不同坡度)

Table 2 Stability analysis of SCM (different slope)

Δx /m	N_1	k	$y_{\min}$ /m	坡度/ $^\circ$				
				30	35	40	45	50
1.00	20	441	-8.782 3	0.768 6	0.719 3	0.663 7	0.599 2	0.522 3
0.50	35	1 296	-5.975 7	0.702 2	0.638 8	0.567 2	0.484 2	0.385 3
0.10	150	22 801	-3.026 5	0.615 5	0.533 7	0.441 2	0.334 1	-0.083 6
0.05	300	90 601	-3.262 0	0.600 3	0.515 2	0.419 1	0.307 7	-0.119 0
0.04	400	160 801	-5.239 8	0.593 2	0.506 6	0.408 7	0.295 3	-0.138 1
0.03	500	251 001	-3.362 2	0.593 9	0.507 5	0.409 8	0	-0.135 0
0.02	750	564 001	-3.413 6	0.590 7	0.503 6	0.405 1	0	-0.143 4

表 3 经典考题 SCM 法计算范围的影响分析

Table 3 Calculation influence range of SCM

计算	N_1	k	$y_{\min}/\text{m}$	DOS	ΔDOS
考题 a	700	491 401	-4.168 6	0.140 0	0.006 4
$\Delta x=0.005\text{ m}$	750	564 001	-6.527 7	0.133 6	0.007 6
$x_{11}=0.264\text{ 3 m}$	800	641 601	-9.156 0	0.126 0	0.007 6
	850	724 201	-12.069 0	0.118 4	0.007 0
	900	811 801	-15.281 4	0.111 4	0.006 2
	950	904 401	-18.807 2	0.105 2	
考题 b	600	361 201	-2.274 4	0.611 5	0.009 5
$\Delta x=0.02\text{ m}$	650	423 801	-3.261 5	0.602 0	0.010 5
$x_{11}=7.883\text{ 8 m}$	700	491 401	-4.280 0	0.591 5	0.010 2
	750	564 001	-5.333 4	0.581 3	0.009 4
	800	641 601	-6.424 3	0.571 9	0.008 0
	850	724 201	-7.555 2	0.563 9	

表 4 典型算例 SCM 法计算范围的影响($\Delta x=0.02\text{ m}$)Table 4 Calculation influence range of SCM ($\Delta x=0.02\text{ m}$)

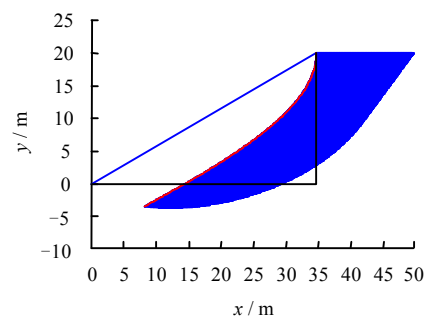
N_1	坡度/(°)					k	$y_{\min}/\text{m}$
	30	35	40	45	50		
800	0.586 6	0.498 7	0.399 2	0	-0.158 1	641 601	-5.357 5
850	0.580 5	0.491 3	0.390 4	0	-0.183 8	724 201	-7.385 6
900	0.573 5	0.482 8	0.380 2	0	-0.215 8	811 801	-9.503 1
950	0.566 3	0.474 0	0.369 7	0	-0.249 8	904 401	-11.714 8
x_{11}/m	14.429 8	8.351 8	3.623 9	-0.211 2	-3.429 2		

不同坡度 SCM 法($\Delta x=0.02\text{ m}$)计算图如图 4 所示, 其中的三角形为原边坡体, 阴影区域为计算得到的极限稳定状态边坡体, CCM 法($\Delta y=0.001\text{ m}$)计算图例如图 5 所示, 其中上侧边线包含的三角形为原边坡体, 下侧边线包含的是极限稳定状态边坡体, 随着边坡角增大, 安全系数逐渐变小, 边坡稳定性变差, DOS 、 DOF 也在变小, x_{11} 由大于 0 变为小于 0, 即极限坡面曲线与 x 轴的交点逐渐向左偏移; 当 $x_{11}<0$ 时, 极限坡面曲线与坡面相交, 且安全系数越小, x_{11} 越小, 极限坡面曲线与坡面相交点 x_1 越大, 由此证明了变形破坏准则的正确性。

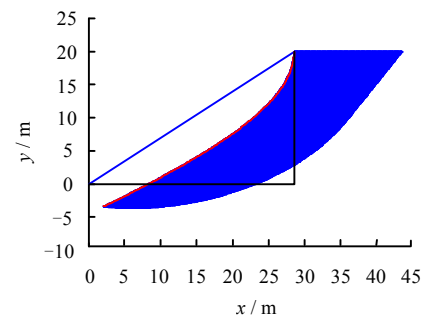
DOS 、 DOF 与安全系数对比见表 5。安全系数较大时, SCM 法、CCM 法与其具有可比性; 当安全系数变小时, SCM 法、CCM 法偏于保守, 且 CCM 法保守程度大于 SCM 法, 原因应该是相对于坡顶无荷载的初始条件, SCM 法计算时在坡顶附加了最小荷载值, 而 CCM 法将坡顶以下部分边坡体自重作为外荷载。

3.2 样本计算与正确率分析

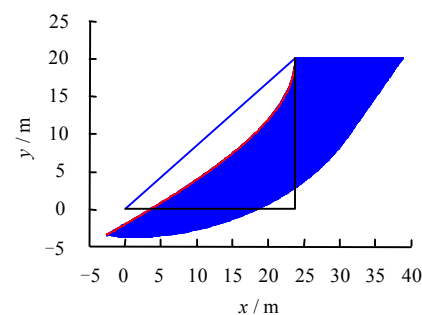
取文献[2]中(去掉 $c=0$ 和 $\varphi=0$ 的实例)共 34



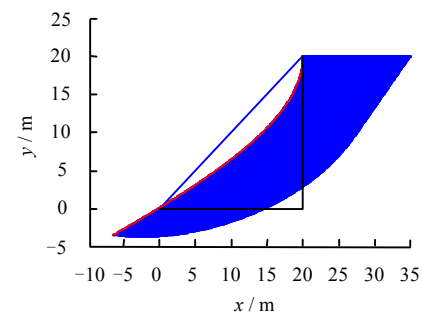
(a) 坡度为 30°



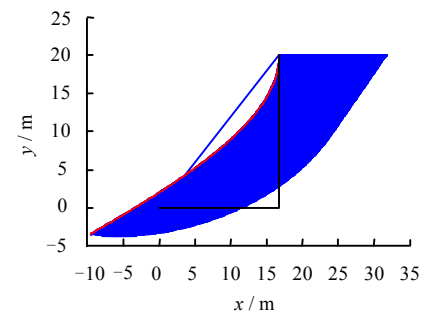
(b) 坡度为 35°



(c) 坡度为 40°



(d) 坡度为 45°



(e) 坡度为 50°

图 4 不同坡度的 SCM 计算图(典型算例)

Fig.4 SCM diagram in different angles (typical example)

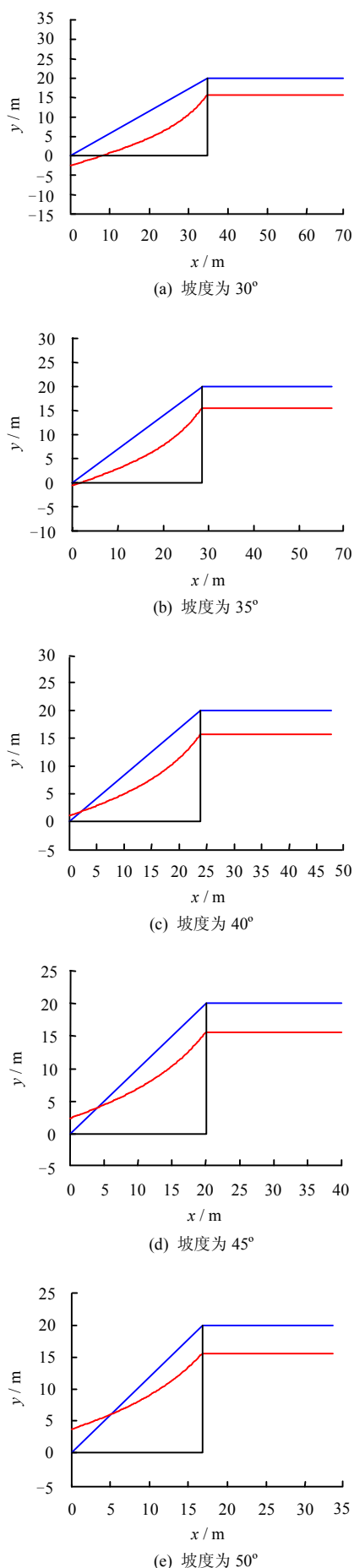


图5 不同坡度的CCM计算图(典型算例)

Fig.5 CCM diagram in different angles (typical example)

个边坡样本并按原序列重新排序, 计算结果见表6。分析可知, 安全系数法计算正确率为67.7%, 应力状态法为73.5%, CCM法为79.4%, SCM法为70.6%, SCM法判断错误的样本安全系数法也都判断错误, CCM法判断错误最少。

4 因素敏感性分析

按王国体^[2]的作法, 分析SCM法、CCM法在不同坡度下各因素变化对DOS、DOF的敏感性, 增加了坡高 H 一项, 计算结果分别见表7、8。安全系数法中各因素对边坡稳定性影响趋势是^[15]: 单一参数变化而其他参数固定, 重度 γ 、边坡角 α 、坡高 H 增加时, 边坡稳定性降低, 而黏聚力 c 和摩擦角 φ 增加时, 边坡稳定性增大。由各个表格数据可知SCM法、CCM法因素敏感性结论与安全系数法完全一致。

5 露天矿边坡工程应用

鞍钢集团鞍山矿业公司大连石灰石矿(原名大连甘井子石灰石矿)是鞍钢主要的辅料基地, 在进行-50 m深部开拓和南帮扩采2项工程中, 南帮扩采后最终边坡角等参数的确定是保证矿山安全生产的前提, 因此边坡稳定性及参数研究成为矿山公司立项研究的重要内容^[16]。通过工程类比分析, 临界安全系数值确定为1.20~1.25, 考虑爆破和地下水时安全系数为1.40~1.45。石灰岩岩体参数: 重度 $\gamma = 26.5 \text{ kN/m}^3$, 黏聚力 $c = 225 \text{ kPa}$, 内摩擦角为 $\varphi = 36^\circ$, 坡高 H 的敏感度分析选用135 m, 设最终边坡角为 α_0 , 其敏感度分析选用 50° 、 55° 、 60° 、 65° , 计算结果见表9, 其中SCM法边界参数为 $\Delta x = 0.5$ 和 $N_1 = 100$, CCM法边界参数 $\Delta y = 0.0135$ 和 $N_1 = 10000$, SCM法和CCM法 $\alpha = 65^\circ$ 时为DOF情形, 则最终边坡角应 $\alpha_0 < 65^\circ$, 这与原报告初步确定最终边坡角 $\alpha_0 = 55^\circ \sim 60^\circ$ 的结论一致。选择不同高度4个剖面进行稳定性分析, 计算结果见表10, 可知SCM法、CCM法与安全系数法结论一致, 即在上述参数条件下边坡处于稳定状态。

当岩体强度参数取最小值 $c_{\min} = 200 \text{ kPa}$ 和 $\varphi_{\min} = 33^\circ$ 时, 原报告推荐最终边坡角 $\alpha_0 = 55^\circ \sim 58^\circ$, 且局部会有滑坡风险。4个剖面在边坡角为 $55^\circ \sim 60^\circ$ 时, 安全系数法和SCM法计算结果见表11, 可知当 $\alpha = 60^\circ$ 时, $H = 128 \text{ m}$ 剖面对应SCM法为DOF情形, 说明最终边坡角应为 $\alpha_0 < 60^\circ$, SCM法结论与原报告一致, 即 $\alpha_0 = 55^\circ \sim 58^\circ$ 。由

表 11 分析可知, 按临界安全系数值为 1.40, 则由安全系数确定的最终边坡角, 除 $H=106\text{m}$ 剖面为 $\alpha_0=58^\circ$, 其余均应 $\alpha_0<55^\circ$, CCM 计算结果见表 12。由表可知不同高度剖面具有不同 α_0 , 如

$H=128\text{m}$ 时, $\alpha_0=55^\circ$, $H=116\text{m}$ 时, $\alpha_0=57^\circ$, $H=106\text{m}$ 时, $\alpha_0=59^\circ$, $H=120\text{m}$ 时, $\alpha_0=56^\circ$, 可见 CCM 法更有利于工程实践, 且各剖面 α_0 普遍提高了 $1^\circ\sim 2^\circ$ 。

表 5 DOS 法、DOF 法与安全系数的对比
Table 5 Comparison of DOS/DOF and safety factor

例题	SCM 法	CCM 法	应力状态法	有限元折减法	Spencer	裁判答案
考题 a	0.143 2	-0.676 6	[0.926, 1.162]			[0.99, 1.00]
考题 b	0.617 8	0.569 9				[1.65, 1.70]
不同坡度 $I(^{\circ})$	30	0.590 7	0.539 0	1.900	[1.56, 1.93]	1.55
	35	0.503 6	0.440 4	1.660	[1.42, 1.77]	1.41
	40	0.405 1	-0.093 9	1.460	[1.31, 1.65]	1.36
	45	0	-0.193 0	1.290	[1.21, 1.54]	1.3
	50	-0.143 4	-0.292 7	1.150	[1.12, 1.44]	1.12

表 6 样本分析与结果对比
Table 6 Sample analysis and result comparison

样本	SCM 法				CCM 法			安全系数法	应力状态法	实际状态
	$\Delta x/\text{m}$	N_1	k	DOS、DOF	$\Delta y/\text{m}$	N_1	DOS、DOF			
1	0.060	900	811 801	-0.312 9	0.001	115 000	-0.584 1	0.89	0.87	滑坡
2	0.030	999	1 000 000	0.520 4	0.001	120 000	0.591 2	1.37	1.30	稳定
3	0.020	950	904 401	0.771 8	0.001	30 500	0.751 9	2.14	1.63	稳定
4	0.02	900	811 801	0.356 0	0.001	100 000	0.211 6	1.24	1.06	稳定
5	0.020	900	811 801	0.477 0	0.001	100 000	0.382 5	1.42	1.14	稳定
6	0.020	900	811 801	0.214 3	0.001	88 000	-0.485 6	1.06	0.95	滑坡
7	0.020	950	904 401	0.106 9	0.001	470 000	-0.692 9	1.03	1.06	稳定
8	0.050	950	904 401	0.753 9	0.001	200 000	0.767 1	2.29	1.43	稳定
9	0.004	950	904 401	0.692 5	0.001	10 000	0.691 9	1.90	1.28	稳定
10	0.012	990	982 081	0.253 1	0.001	50 000	-0.183 2	1.07	1.03	滑坡
11	0.035	990	982 081	-0.251 5	0.001	200 500	-0.614 6	0.90	0.98	滑坡
12	0.035	990	982 081	-0.746 1	0.001	292 000	-0.848 0	0.80	0.92	滑坡
13	0.020	990	982 081	0.106 0	0.001	480 000	-0.699 4	1.03	1.06	稳定
14	0.040	990	982 081	-0.304 7	0.001	305 000	-0.710 4	0.89	0.98	滑坡
15	0.035	990	982 081	-0.013 4	0.001	213 000	-0.561 7	0.93	1.00	滑坡
16	0.010	990	982 081	0.606 4	0.001	30 500	0.480 7	1.75	1.14	稳定
17	0.006	990	982 081	0.500 0	0.001	20 000	0.383 0	1.43	1.09	稳定
18	0.012	990	982 081	0.279 9	0.001	50 000	-0.120 8	1.09	1.02	滑坡
19	0.005	900	811 801	0.754 8	0.001	5 230	0.838 9	1.11	1.75	滑坡
20	0.010	990	982 081	0.607 0	0.001	30 500	0.480 7	1.88	1.14	稳定
21	0.025	900	811 801	0.767 6	0.001	30 500	0.751 9	2.05	1.63	稳定
22	0.020	900	811 801	0.361 7	0.001	100 000	0.218 2	1.78	1.06	稳定
23	0.020	900	811 801	0.477 0	0.001	100 000	0.382 5	1.99	1.14	稳定
24	0.015	900	811 801	0.363 0	0.001	40 000	0.175 2	1.25	1.01	滑坡
25	0.020	900	811 801	0.214 3	0.001	88 000	-0.485 6	1.02	0.95	滑坡
26	0.035	900	811 801	0.520 9	0.001	120 000	0.591 2	1.30	1.30	稳定
27	0.050	900	811 801	0.494 4	0.001	200 000	0.524 2	1.20	1.28	稳定
28	0.030	950	904 401	0.688 9	0.001	115 000	0.728 2	1.11	1.39	滑坡
29	0.008	900	811 801	0.772 4	0.001	10 670	0.768 1	1.40	1.68	稳定
30	0.010	900	811 801	0.356 0	0.001	12 190	-0.397 1	1.35	1.22	滑坡
31	0.007	900	811 801	0.314 0	0.001	12 800	-0.347 6	1.03	1.01	滑坡
32	0.020	900	811 801	0.804 4	0.001	45 720	0.781 4	1.28	1.32	滑坡
33	0.015	900	811 801	0.310 4	0.001	10 670	-0.370 9	1.63	1.38	稳定
34	0.010	900	811 801	-0.202 8	0.001	21 000	-0.617 3	1.09	0.90	滑坡

表 7 SCM 参数敏感性计算(不同坡度)

Table 7 SCM parameter calculation (different slopes)

计算及边界参数	参数		坡度/(°)				
			30	35	40	45	50
SCM 法	重度 γ (kN/m ³)	18	0.625 6	0.545 9	0.455 8	0.351 5	-0.056 1
$\Delta x=0.02$ m		19	0.607 9	0.524 5	0.430 2	0.320 9	-0.097 4
$N_1=750$		20	0.590 7	0.503 6	0.405 1	0	-0.143 4
$k=564\ 001$		21	0.573 8	0.483 1	0.380 5	-0.000 1	-0.192 6
		22	0.557 2	0.463 0	0.356 5	-0.029 6	-0.243 3
SCM 法	黏聚力 c /kPa	15	0	-0.464 8	-0.644 1	-0.725 2	-0.770 5
$\Delta x=0.02$ m		20	0.289 7	-0.117 0	-0.459 8	-0.629 4	-0.714 8
$N_1=750$		25	0.388 8	0.258 7	-0.200 4	-0.472 4	-0.629 3
$k=564\ 001$		30	0.465 0	0.351 1	-0.005 1	-0.270 6	-0.502 1
		35	0.525 2	0.424 1	0.309 9	-0.101 4	-0.342 5
		40	0.573 8	0.483 1	0.380 5	-0.000 1	-0.192 6
		45	0.613 8	0.531 6	0.438 7	0.331 0	-0.083 0
SCM 法	摩擦角 φ /(°)	10	0.332 6	-0.123 6	-0.324 0	-0.496 3	-0.611 7
$\Delta x=0.05$ m		12	0.420 8	0	-0.166 3	-0.395 6	-0.549 2
$N_1=450$		14	0.481 9	0.371 6	0	-0.266 5	-0.472 2
$k=203\ 401$		16	0.531 6	0.431 9	0.319 2	-0.099 9	-0.375 7
		18	0.574 8	0.484 3	0.382 0	0.263 5	-0.252 6
SCM 法	坡高 H /m	16	0.631 3	0.552 9	0.464 2	0.361 4	0
$\Delta x=0.02$ m		18	0.605 5	0.521 5	0.426 6	0.316 6	-0.093 1
$N_1=850$		20	0.580 5	0.491 3	0.390 4	0	-0.183 8
$k=724\ 201$		22	0.554 6	0.459 8	0.352 7	-0.024 9	-0.258 0
		24	0.526 2	0.425 4	0.311 4	-0.106 2	-0.319 8

表 8 CCM 参数敏感性计算(不同坡度)

Table 8 CCM parameter calculation (different slopes)

计算及边界参数	参数		坡度/(°)				
			30	35	40	45	50
CCM 法	重度 γ (kN/m ³)	18	0.597 6	0.515 5	-0.013 4	-0.113 3	-0.217 4
$\Delta y=0.001$ m		19	0.568 4	0.478 8	-0.055 2	-0.154 8	-0.256 8
		20	0.539 0	0.440 4	-0.093 9	-0.193 0	-0.292 7
		21	0.509 1	-0.028 0	-0.129 9	-0.228 4	-0.325 7
		22	0.478 8	-0.060 9	-0.163 6	-0.261 2	-0.356 2
CCM 法	黏聚力 c /kPa	15	-0.535 8	-0.631 6	-0.692 1	-0.735 9	-0.770 6
$\Delta y=0.001$ m		20	-0.364 9	-0.485 2	-0.567 7	-0.630 7	-0.682 1
		25	-0.218 8	-0.347 6	-0.444 0	-0.522 7	-0.590 0
		30	-0.099 4	-0.226 8	-0.329 3	-0.418 4	-0.498 8
		35	-0.0000 4	-0.121 5	-0.225 1	-0.320 4	-0.410 6
		40	0.509 1	-0.028 0	-0.129 9	-0.228 4	-0.325 7
		45	0.578 2	0.491 2	-0.041 6	-0.141 4	-0.244 1
CCM 法	摩擦角 φ /(°)	10	-0.310 6	-0.377 9	-0.438 3	-0.495 5	-0.550 3
$\Delta y=0.001$ m		12	-0.198 5	-0.278 0	-0.351 4	-0.421 0	-0.487 8
		14	-0.073 9	-0.169 4	-0.255 0	-0.337 0	-0.416 8
		16	0.494 9	-0.053 5	-0.149 7	-0.243 5	-0.336 6
		18	0.576 2	0.489 0	-0.035 9	-0.140 1	-0.246 2
CCM 法	坡高 H /m	16	0.655 4	0.586 0	0.505 9	-0.018 1	-0.126 4
$\Delta y=0.001$ m		18	0.597 6	0.515 5	-0.013 4	-0.113 3	-0.217 4
		20	0.539 0	0.404 4	-0.094 0	-0.193 0	-0.293 0
		22	0.478 8	-0.060 9	-0.163 6	-0.261 2	-0.356 2
		24	-0.0000 4	-0.121 5	-0.225 1	-0.320 4	-0.410 6

表 9 坡高(135 m)与最终边坡角敏感性分析
Table 9 Sensitivity calculation of slope high (135 m) and ultimate pit slope

最终边坡角 /(°)	计算方法			
	Bishop	Janbu	SCM	CCM
50	1.569	1.553	0.563 0	0.568 5
55	1.466	1.464	0.476 3	0.483 8
60	1.377	1.384	0.364 6	0.373 8
65	1.297	1.31	-0.058 4	-0.181 3

表 10 不同剖面稳定性计算
Table 10 Stability calculation of different profiles

剖面坡高 H/m	边坡角度 /(°)	计算方法			
		Bishop	Janbu	SCM	CCM
128	55	1.499	1.501	0.495 5	0.511 4
	58	1.444	1.451	0.434 7	0.452 7
	60	1.422	1.431	0.388 2	0.407 5
116	55	1.567	1.569	0.525 9	0.561 8
	58	1.509	1.517	0.468 8	0.509 2
	60	1.475	1.485	0.425 0	0.468 9
106	55	1.628	1.632	0.549 5	0.603 7
	58	1.572	1.581	0.495 2	0.560 2
	60	1.536	1.548	0.453 6	0.524 2
120	55	1.542	1.543	0.516 1	0.544 5
	58	1.486	1.493	0.457 8	0.489 8
	60	1.452	1.462	0.413 1	0.447 9

表 11 最小参数不同剖面 SCM 稳定性计算
Table 11 Different profile stability SCM calculation of the minimum parameters

剖面坡高 H/m	边坡角度 /(°)	计算方法		
		Bishop	Janbu	SCM
128	55	1.337	1.338	0.379 6
	58	1.288	1.293	0.308 4
	60	1.268	1.275	-0.019 7
116	55	1.397	1.397	0.418 9
	58	1.346	1.352	0.348 8
	60	1.315	1.324	0.295 2
106	55	1.452	1.455	0.448 9
	58	1.402	1.410	0.382 5
	60	1.369	1.380	0.331 6
120	55	1.374	1.375	0.406 3
	58	1.325	1.331	0.334 7
	60	1.295	1.303	0.279 9

表 12 最小参数不同剖面稳定性 CCM 法计算
Table 12 Different profile stability CCM calculation of the minimum parameters

剖面坡高 H/m	坡度/(°)					
	55	56	57	58	59	60
128	0.333 7	-0.028 1	-0.069 6	-0.110 8	-0.151 6	-0.191 6
116	0.393 9	0.370 7	0.346 1	-0.026 1	-0.069 3	-0.112 0
106	0.446 9	0.452 8	0.403 5	0.379 9	0.354 9	-0.033 1
120	0.373 5	0.349 4	-0.013 4	-0.056 0	-0.098 4	-0.140 2

6 讨 论

对滑移线场理论, 有学者认为其计算复杂, 通用性差, 在边坡工程中无实用价值。实际上, 数值方法普遍具有复杂性, 这就需要计算机软件和编程语言的支持^[17]。本文采用 Matlab 编程, 尽管节点数量巨大, 但时间成本很低, 对于 SCM 法, 采用有限差分法, 在 $N_1=999$ 时第一次运算 40 min 左右, 由于计算机储存功能二次计算 N_1 不超过第一次则 1 min 以内便可完成。CCM 法为试验方程近似公式, 当 $N_1=10^4$ 时运算时间也只要 1 min 左右。近 40 多年来, 学者们一直没有停止过对滑移线场理论的研究, 在不同工程领域不断提出新观点, 如在土压力中的应用^[18], 在地基承载力中的应用^[19-20]等。本文通过大量例题和露天矿边坡工程的计算数据证明了基于滑移线场理论的均质边坡稳定性极限曲线法的合理性和实用性。

7 结 论

(1) 以边坡坡面变形量评价其稳定性为出发点, 提出了基于滑移线场理论的均质边坡极限曲线法, 由理论分析可知, 该法是求有重边坡极限荷载逆过程, 也是强度折减法对偶过程。根据计算极限坡面曲线方法的不同, 将其分为基于特征线法差分方程组的 SCM 算法和基于试验极限稳定边坡曲线方程近似公式的 CCM 算法。以极限坡面曲线与坡面相交为变形破坏准则, 定义了安全度 (DOS) 和破坏度 (DOF) 2 个稳定性评价指标。

(2) 由经典考题和典型算例的验算说明 SCM 法稳定, 典型算例的计算数据与图例证明了变形破坏准则的正确性, 以上 2 个例题的计算结果表明, 安全系数较大时, SCM 法和 CCM 法与其具有可比性, 由于计算时增加了外荷载, 故安全系数变小时, SCM 法和 CCM 法偏于保守。34 个样本正确率: 安全系数法为 67.7%, 应力状态法 73.5%, CCM 法为 79.4%, SCM 法为 70.6%, 表明该法正确率较高, 计算结果可靠。

(3) SCM 法和 CCM 法因素敏感性分析结论与安全系数法一致。应用于露天矿边坡稳定性和最终边坡角的分析与确定, 两种计算结果与原报告结论一致, 当参数变小时, CCM 法更有利于工程实践, 表明该法具有一定的工程实用价值。

(4) SCM 法和 CCM 法采用 Matlab 编程, 时间成本低廉, 且不必假设和搜索临界滑动面。对 $c=0$ 和 $\varphi=0$ 的情况尚需研究并编入程序, 对非均质情

形, 笔者已完成了成层土质边坡稳定性极限曲线法的研究工作, 对更加一般的非均质情形尚需进一步研究。本文的极限曲线法具有探索性, 需要更多的工程实践检验。

参考文献

- [1] 陈祖煜. 土质边坡稳定性分析——原理方法程序[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2003.
- [2] 王国体. 边坡稳定和滑坡分析应力状态法[M]. 北京: 科学出版社, 2012.
- [3] 陈力华, 靳晓光. 有限元强度折减法中边坡三种失效判据的适用性研究[J]. 土木工程学报, 2012, 45(9): 136—146.
CHEN Li-hua, JIN Xiao-guang. Study of the applicability of three criteria for slope instability using finite element strength reduction method[J]. **China Civil Engineering Journal**, 2012, 45(9): 136—146.
- [4] CHENG Y M, LANSIVAARA T, WEI W B. Reply to “Comments on ‘Two-dimensional slope stability analysis by limit equilibrium and strength reduction methods’ by Y. M. Cheng, T. Lansivaara and W. B. Wei,” by J. Bojorque, G. De Roeck and J. Maertens[J]. **Computers and Geotechnics**, 2008, 35(2): 309—311.
- [5] CHENG Y M. Location of critical failure surface and some further studies on slope stability analysis[J]. **Computers and Geotechnics**, 2003, 30: 255—267.
- [6] 朱大勇, 张四维. 边坡稳定性计算新方法[C]//第五届全国工程地质大会文集. 河南: 中国地质学会工程地质专业委员会, 1996.
- [7] 陈震. 散体极限平衡理论基础[M]. 北京: 水利电力出版社, 1987.
- [8] 陈祖煜, 汪小刚, 杨健. 岩质边坡稳定性分析-原理方法程序[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2003.
- [9] 朱以文, 吴春秋, 蔡元奇. 基于滑移线场理论的边坡滑裂面确定方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(15): 2609—2616.
ZHU Yi-wen, WU Chun-qiu, CAI Yuan-qi. Determination of slip surface in slope based on theory of slip line field[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2005, 24(15): 2609—2616.
- [10] 张天宝, 张立勇, 敖天其. 土坝和土石坝合理边坡设计研究[J]. 水力发电学报, 1985, 3(3): 28—38.
ZHANG Tian-bao, ZHANG Li-yong, AO Tian-qi. Study on the design of reasonable slope of earth and earth-rockfill dams[J]. **Journal of Hydroelectric Engineering**, 1985, 3(3): 28—38.
- [11] 高广岩, 张天宝. 高堆石坝合理边坡形状的静力有限元分析[J]. 四川大学学报(工程科学版), 2002, 34(1): 28—31.
GAO Guang-yan, ZHANG Tian-bao. Static finite element analysis of reasonable slope shape of high rockfill dams[J]. **Journal of Sichuan University (Engineering Science Edition)**, 2002, 34(1): 28—31.
- [12] 马莉. MATLAB 数学实验与建模[M]. 北京: 清华大学出版社, 2010.
- [13] MATHEWS J H, FINK K D. 数值方法(MATLAB版)(第4版)[M]. 周璐, 陈渝, 钱方等译. 北京: 电子工业出版社, 2005.
- [14] 胡祖炽, 雷功炎. 偏微分方程初值问题差分方法[M]. 北京: 北京大学出版社, 1988.
- [15] 廖珊珊, 张玉成, 胡海英. 边坡稳定性影响因素的探讨[J]. 广东水利水电, 2011, 40(7): 31—40.
LIAO Shan-shan, ZHANG Yu-cheng, HU Hai-ying. Factors affecting the slope stability study[J]. **Guangdong Water Conservancy and Hydropower**, 2011, 40(7): 31—40.
- [16] 鞍钢集团鞍山矿业公司研究所. 鞍矿大连石灰石矿南帮扩建边坡稳定性及参数研究[R]. 鞍山: 鞍钢集团鞍山矿业公司研究所, 2006.
- [17] 张鲁渝, 欧阳小秀, 郑颖人. 国内岩土边坡稳定分析软件面临的问题及几点思考[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(1): 166—169.
ZHANG Lu-yu, OUYANG Xiao-xiou, ZHENG Ying-ren. Problems and thoughts of development of slope stability analysis software in China[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2003, 22(1): 166—169.
- [18] 彭明祥. 挡土墙被动土压力的滑移线解[J]. 岩土工程学报, 2011, 33(3): 460—469.
PENG Ming-xiang. Slip-line solution to passive earth pressure on retaining walls[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2011, 33(3): 460—469.
- [19] SMITH C C. Complete limiting stress solutions for the bearing capacity of strip footings on a Mohr-Coulomb soil[J]. **Geotechnique**, 2005, 55(8): 607—612.
- [20] MARTIN C M. New software for rigorous bearing capacity calculations[C]//Proceedings of the British Geotechnical Association International Conference on Foundations. Dundee: Thomas Telford, 2003: 581—592.